

# Časová Schrödingerova rovnice

Časový vývoj de Broglieových vln

$$\psi_{\vec{p}}(\vec{r}, t) = \frac{1}{(2\pi\hbar)^{3/2}} e^{\frac{i}{\hbar} \vec{p} \cdot \vec{r} - \frac{i}{\hbar} E t}$$

Podle časového

$$\vec{p} \psi_{\vec{p}}(\vec{r}, t) = \vec{p} \psi_{\vec{p}}(\vec{r}, t) \quad ;$$

$$\hat{H} \psi_{\vec{p}}(\vec{r}, t) = -\frac{\hbar^2}{2m} \left(\frac{i}{\hbar}\right)^2 \vec{p}^2 \psi_{\vec{p}}(\vec{r}, t) = \frac{\vec{p}^2}{2m} \psi_{\vec{p}}(\vec{r}, t) = E \psi_{\vec{p}}(\vec{r}, t)$$

Časový vývoj  $e^{-\frac{i}{\hbar} E t} \leftarrow \frac{\partial}{\partial t} \psi(t) = -\frac{i}{\hbar} E \psi(t)$

Pro de Broglieovy vlny dáva rovnice

$$\frac{\partial}{\partial t} \psi_{\vec{p}}(\vec{r}, t) = -\frac{i}{\hbar} E \psi_{\vec{p}}(\vec{r}, t) = -\frac{i}{\hbar} \hat{H} \psi_{\vec{p}}(\vec{r}, t)$$

Dává rovnice:

$$\frac{\partial}{\partial t} |\psi(t)\rangle = -\frac{i}{\hbar} E |\psi(t)\rangle = -\frac{i}{\hbar} \hat{H} |\psi(t)\rangle$$

## Časový vývoj superpozice

$$\psi(x, y, z) = \int dp_x dp_y dp_z a(\vec{p}) \frac{e^{\frac{i}{\hbar} \vec{p} \cdot \vec{r} - \frac{i}{\hbar} E(\vec{p}) t}}{(2\pi\hbar)^{3/2}}$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \psi(x, y, z) = \int dp_x dp_y dp_z a(\vec{p}) \left(-\frac{i}{\hbar} E(\vec{p})\right) \frac{e^{\frac{i}{\hbar} \vec{p} \cdot \vec{r} - \frac{i}{\hbar} E(\vec{p}) t}}{(2\pi\hbar)^{3/2}}$$

$$= \int d\vec{p} a(\vec{p}) \left(-\frac{i}{\hbar} \hat{H}\right) \frac{e^{\frac{i}{\hbar} (\vec{p} \cdot \vec{r} - E t)}}{(2\pi\hbar)^{3/2}}$$

$$= -\frac{i}{\hbar} \hat{H} \psi(x, y, z)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \psi(\vec{r}, t) = -\frac{i}{\hbar} \hat{H} \psi(\vec{r}, t)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} |\psi(t)\rangle = -\frac{i}{\hbar} \hat{H} |\psi(t)\rangle$$

Časová Schrödingerova rovnice - fundamentální rovnice  
nerelativistické kvantové mechaniky!