Bellova nerovnost

Teorie skrytých parametrů

nese parametry

Optická formulace EPR experimentu

2 fotony

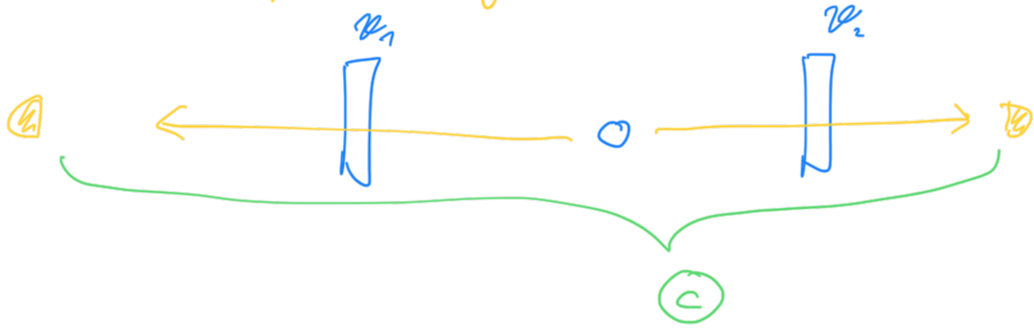
$$|\psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(a^\dagger_{1x}\, a^\dagger_{2y} - a^\dagger_{1y}\, a^\dagger_{2x}\right)|0\rangle$$

$$\bar{n}_{1x} = \langle\psi|\, a^\dagger_{1x} a_{1x} \,|\psi\rangle = \frac{1}{2}\langle 0|\left(a_{2y} a_{1x} - a_{2x} a_{1y}\right) \times a^\dagger_{1x} a_{1x} \left(\dots\right)|0\rangle = \frac{1}{2}$$

obdobně $\bar{n}_{1y} = \bar{n}_{2x} = \bar{n}_{2y} = \frac{1}{2}$

$$\langle a^\dagger_{1x} a_{1y}\rangle = 0$$

Vložíme polarizátory



Polarizované světlo

$$a_j^+ = a_{jx}^+ \cos\vartheta_j + a_{jy}^+ \sin\vartheta_j$$

$$\bar{n}_j(\vartheta_j) = \langle\psi| a_j^+ a_j |\psi\rangle = \frac{1}{2}$$

$$\boxed{G_I(\vartheta_1,\vartheta_2) = \langle\psi| a_1^+ a_2^+ a_2 a_1 |\psi\rangle = \frac{1}{2}\sin^2(\vartheta_1-\vartheta_2)}$$

4 případy

- oba detektory zachytí

$$P_{++}(\vartheta_1,\vartheta_2) = G_I(\vartheta_1,\vartheta_2) = \frac{1}{2}\sin^2(\vartheta_1-\vartheta_2)$$

- 1 zachytí, 2 nezachytí

$$P_{+-}(\vartheta_1,\vartheta_2) = \bar{n}_1(\vartheta_1) - G_I(\vartheta_1,\vartheta_2) = \frac{1}{2}\cos^2(\vartheta_1-\vartheta_2)$$

- 1 nezachytí, 2 zachytí

$$P_{-+}(\vartheta_1,\vartheta_2) = \bar{n}_2(\vartheta_2) - G_I(\vartheta_1,\vartheta_2) = \frac{1}{2}\cos^2(\vartheta_1-\vartheta_2)$$

- žádný nezachytí

$$P_{--}(\vartheta_1,\vartheta_2) = 1 - P_{++} - P_{+-} - P_{-+} = \frac{1}{2}\sin^2(\vartheta_1-\vartheta_2)$$

Nová pozorovatelná A_j:

hodnoty
- $\nearrow$ 1 → pokud detektor j zachytí
- $\searrow$ −1 → pokud detektor j nezachytí

$$C(\vartheta_1, \vartheta_2) \equiv \langle A_1 A_2 \rangle = P_{++} + P_{--} - P_{+-} - P_{-+} =$$

$$= -\cos(2\vartheta_1 - 2\vartheta_2)$$

Skryté parametry

pravděpodobnostní rozdělení $\boxed{\rho_\lambda}$

parametr λ

$$\boxed{\int d\lambda\, \rho_\lambda = 1}$$

Výsledek měření

$$\boxed{C(\vartheta_1, \vartheta_2) = \int d\lambda\, \rho_\lambda\, A_1(\lambda) A_2(\lambda)}$$

$$|C(\vartheta_1, \vartheta_2) - C(\vartheta_1, \Theta_2)| = \Big| \int d\lambda\, \rho_\lambda\, A_1(\vartheta_1, \lambda) A_2(\vartheta_2, \lambda) - \int d\lambda\, \rho_\lambda\, A_1(\vartheta_1, \lambda) A_2(\Theta_2, \lambda) \Big| =$$

$$= \Big| \int d\lambda\, \rho_\lambda\, A_1(\vartheta_1, \lambda) \big(A_2(\vartheta_2, \lambda) - A_2(\Theta_2, \lambda) \big) \Big|$$

$$|a(b-c)| \leq |a|\,|b-c|$$

$$\leq \int d\lambda\, \rho_\lambda\, |A_1(\vartheta_1, \lambda)|\, |A_2(\vartheta_2, \lambda) - A_2(\Theta_2, \lambda)|$$

$$A_1 = \pm 1 \qquad |A_1(\vartheta_1, \lambda)| = 1$$

$$|C(\vartheta_1,\vartheta_2) - C(\vartheta_1,\theta_2)| \le \int d\lambda\, \rho_\lambda \,|A_2(\vartheta_2,\lambda) - A_2(\theta_2,\lambda)|$$

obdobně

$$|C(\theta_1,\vartheta_2) + C(\theta_1,\theta_2)| \le \int d\lambda\, \rho_\lambda \,|A_2(\vartheta_2,\lambda) + A_2(\theta_2,\lambda)|$$

sečteme oba členy

$$|C(\vartheta_1,\vartheta_2) - C(\vartheta_2,\theta_2)| + |C(\theta_1,\vartheta_2) + C(\theta_1,\theta_2)| \le$$

$$\le \int d\lambda\, \rho_\lambda \Big(\underbrace{|A_2(\vartheta_2,\lambda) - A_2(\theta_2,\lambda)| + |A_2(\vartheta_2,\lambda) + A_2(\theta_2,\lambda)|}_{2}\Big)$$

protože $A \pm 1$

$\Rightarrow$

$$\boxed{|C(\vartheta_1,\vartheta_2) - C(\vartheta_1,\theta_2)| + |C(\theta_1,\vartheta_2) + C(\theta_1,\theta_2)| \le 2}$$

Bellovy nerovnosti $\Uparrow$

$\vartheta_1 = 0$ $\qquad$ $\theta_1 = -\frac{\pi}{4}$

$\vartheta_2 = \frac{3\pi}{8}$ $\qquad$ $\theta_2 = \frac{\pi}{8}$ $\qquad$ $\Downarrow$

$$|C(\vartheta_1,\vartheta_2) - C(\vartheta_1,\theta_2)| + |C(\theta_1,\vartheta_2) + C(\theta_1,\theta_2)| = 2\sqrt{2}$$

Kvantová mechanika nemůže být vyjádřena

pomocí teorie skrytých parametrů.

Korelace nepovažovaných stavů

$$\hat{\varrho} = \frac{1}{2} a_{1x}^{+} a_{2y}^{+} |0\rangle\langle 0| a_{2y} a_{1x}$$

$$+ \frac{1}{2} a_{1y}^{+} a_{2x} |0\rangle\langle 0| a_{2x} a_{1y}$$

$$\cancel{+ \frac{1}{2} a_{1x}^{+} a_{2y} |0\rangle\langle 0| a_{2x} a_{1y} + }$$

provázání

$$\bar{n}_{1x} = \mathrm{Tr}\{\hat{\varrho}\, a_{1x}^{+} a_{1x}\} = \frac{1}{2}$$

Korelační funkce intenzit vyjde jinak

$$G_I(\vartheta_1, \vartheta_2) = \frac{1}{2} \sin^2(\vartheta_1 - \vartheta_2) + \underbrace{\frac{1}{4} \sin 2\vartheta_1 \sin 2\vartheta_2}_{\text{člen navíc}}$$

$$\Delta_I(\vartheta_1, \vartheta_2) = \frac{1}{4} \sin 2\vartheta_1 \sin 2\vartheta_2$$

$$P_{++}^{ne} = P_{++} + \Delta_I$$

$$P_{+-}^{ne} = P_{+-} - \Delta_I$$

$$P_{-+}^{ne} = P_{-+} - \Delta_I$$

$$P_{--}^{ne} = P_{--} + \Delta_I$$

$$C_I^{ne}(\vartheta_1, \vartheta_2) = P_{++}^{ne} + P_{--}^{ne} - P_{+-}^{ne} - P_{-+}^{ne}$$

$$= -\cos(2\vartheta_1 - 2\vartheta_2) + \sin 2\vartheta_1 \sin 2\vartheta_2$$

$$= -\cos 2\vartheta_1 \cos 2\vartheta_2$$

Dosadíme do Bellovy nerovnosti

$\Rightarrow$

$$|\cos 2\vartheta_1| \, |\cos 2\vartheta_2 - \cos 2\Theta_2| + |\cos 2\Theta_1| \, |\cos 2\vartheta_2 + \cos 2\Theta_2|$$

$$\leq 2$$

Bellova nerovnost je splněna